

به نام خدا

خره‌ی بیان فرآیندهای مکانیزم‌های پدیدارشناسی

آنچه گفتیم، در مورد سبب‌های پدیدارشناسی است. در مورد فرآیندهای پدیدارشناسی، این

فرآیند اکتشافی است (به عبارت دیگر، پدیدارشناسی)

برای فرآیند پدیدارشناسی $x(t)$

$$\Phi_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x_T(f)|^2 dt$$

حی تران نشان رار که

$$\Phi_x | f | = FT_e \left\{ \langle \Phi_x | t, t+\tau \rangle_t \right\}$$

$$\Phi_x | f | = FT_e \left\{ \Phi_x | \tau \rangle \right\}$$

فرا نده WSS

در این کتاب فرض می‌کنیم که فرایندهای متناوبی، WSS، با میانگین صفر هستند.
محسین فرض می‌کنیم که فرایندها، باید باریک هستند. یعنی می‌توان گفت که آن‌ها
صلح می‌کنند و مرکز می‌دارند و این شرایط مرکز می‌دارند و باریک می‌دارند.

بزرگتر است.

بنابراین فرآیند میانگین‌گیری $n(t)$ را با حاصل ضرب توان $\Phi_n(f)$ از نظر لایه-
به-لایه به طایب‌کننده در سمت چپ میل، از فرآیند حاصل‌یابین‌گیری $n(t)$

؛ $z(t)$ نمایش صحیح، خواص راست، فرآیندهای تصادفی، پرسش محدود

$$n(t) = \text{Re} \left\{ z(t) e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

فرآیندهای Quadrature

Inphase, Quadrature

$$n(t) = \underbrace{x(t)}_I \cos 2\pi f_c t - \underbrace{y(t)}_Q \sin 2\pi f_c t$$

پرسش

$$n(t) = a(t) \cos(2\pi f_c t + \underbrace{\varphi(t)}_?)$$

فاز

که در آن $z(t)$ ترانزیة حامل پایین‌تر برای $n(t)$ (یا بیش‌تخلّف $n(t)$)
است. ترانزیة‌های $x(t)$ ، $y(t)$ مدّله‌های Quadrature ترانزیة $n(t)$
هستند. $a(t)$ پوش ترانزیة $n(t)$ ، $\phi(t)$ فاز ترانزیة $n(t)$ است.

در ادامه، با تدریج به بیان‌های بالا، تابع همبستگی رصیف ترانزیة میان کثرت‌ارصیب
تابع همبستگی رصیف ترانزیة حامل پایین‌تر، به دست می‌آوریم.

ابتدا تابع همبستگی ترانزیة $n(t)$ را به دست می‌آوریم. برای این منظور از بیان دردم‌اشوار
می‌کنیم تا بتوانیم صفده‌های از مدّله‌های Quad. اینتر بنسیم.

$$n(t) = x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t \quad \text{پایین رسم:}$$

$$\varphi_n(z) = E n(t+z) \dot{n}(t) = E n(t+z) n(t)$$

فرایند $n(t)$ و فرایند WSS است.

$$= E \left\{ [x(t+z) \cos 2\pi f_c (t+z) - y(t+z) \sin 2\pi f_c (t+z)] [x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t] \right\}$$

* تمرین: اِستفاده از این فرمولات ساده کنید.

$$\Rightarrow \varphi_n(z) = \frac{1}{2} [\varphi_x(z) + \varphi_y(z)] \cos 2\pi f_c z$$

$$+ \frac{1}{2} [\varphi_x(z) - \varphi_y(z)] \cos 2\pi f_c (z+t)$$

$$- \frac{1}{2} [\varphi_{yx}(z) - \varphi_{xy}(z)] \sin 2\pi f_c z$$

$$- \frac{1}{2} [\varphi_{yx}(z) + \varphi_{xy}(z)] \sin 2\pi f_c (z+t)$$

(I)

* با توجه به اینکه $n(t)$ یک فرایند WSS، پس می‌توان نوشت $n(t)$ را به صورت

$$n(t) = x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t$$

فراصدهای $x(t)$ ، نیز فراصدهای $y(t)$ WSS باشند. با این فرض صدها

$$E x(t) = E y(t) = 0, \quad E x(t+\tau) x(t) = \varphi_x(\tau)$$

$$E y(t+\tau) y(t) = \varphi_y(\tau)$$

* با توجه به اینکه $x(t)$ و $y(t)$ WSS است، یک است عبارت (I) باید تابعی از صدها زمان (یعنی t) باشد. به همین جهت همواره داریم،

$$\varphi_x(\tau) = \varphi_y(\tau), \quad \varphi_{yx}(\tau) = -\varphi_{xy}(\tau)$$

(از خصوصیات مزلدهای Quadrature)

باین ترتیب، خواهیم داشت،

$$\varphi_n(z) = \varphi_x(z) \cos 2\pi f_c z - \varphi_{yx}(z) \sin 2\pi f_c z$$

رابطی تابع همگی فرایند میان گذر $n(t)$ بر حسب تریج همگی مولفه های Quad فردش. همان حرکتی می بینیم، رابطی بالا، مثلاً بیان فرایند میان گذر $n(t)$ بر حسب مولفه های Quad فردش نوشته شده است.

فرایند محاد پایین گذر

$$z(t) = x(t) + j y(t) \quad \text{حی را بنویسیم،}$$

مولفه های Quad، همان قسمت های حقیقی و موهومی فرایند محاد پایین گذر هستند.

بہا بن ترتیب سے تزان نوشت ، $\varphi_n(z) = \text{Re} \{ \varphi_2(z) e^{j2\pi f_c z} \}$

کہ تزان $\varphi_2(z)$ تابع حسی تزانہ حاصل باسن لذراست و بہ صورت زیر تعریف می شود ،

$$\varphi_2(z) \triangleq \frac{1}{2} E \{ z(t+z) z^*(t) \}$$

$$= \frac{1}{2} E \{ [x(t+z) + jy(t+z)] [x(t) + jy(t)]^* \}$$

$$= \frac{1}{2} (2\varphi_x(z) + j2\varphi_{yx}) = \varphi_x(z) + j\varphi_{yx}(z)$$

رابطه بالا نشان دهنده رابطه تابع همگلی فرآیند $z(t)$ بر حسب تابع همگلی سمت های حقیقی و موهومی فراداش است. همان طور که دیده می شود، این رابطه ست به رابطه بین فرآیند $z(t)$ و سمت های حقیقی و موهومی فراداش نزدیک شده است.

$$\varphi_1(z) = \operatorname{Re} \left\{ \varphi_2(z) e^{j 2\pi f_c z} \right\}$$

بنابراین رابطه سمت فرآیند میان $z(t)$ بر حسب فرآیند حامل $n(t)$ که فرکانس آن (یعنی $z(t)$) به صورت زیر خلاصه می شود،

$$\Rightarrow \varphi_n(f) = \frac{1}{2} [\varphi_2(f - f_c) + \varphi_2(-f - f_c)]$$



$$\varphi_n(f) = FT_c \{ \varphi_n(\omega) \}$$

* از فرایندهای تصادفی، می دانیم که صفت یک فرایند تصادفی همواره تابع همبستگی و غیر منفی از زمان است.

این موضوع از تئوری مرید $\varphi_2(\omega)$ نیز شغص می شود زیرا داریم $\varphi_{yx}(\omega) = -\varphi_{xy}(\omega)$

$$\varphi_2^*(1-\omega) = \varphi_2(\omega)$$

درست است.

علامه بر این خصوصیات دیگری نیز برای مُرَلنه های Quad و صردار دکنه دارا به
پایان اشاره می کنیم،

(۱) از wss بودن $u(t)$ بدینجه که همواره مُرَلنه های Quad، خصوصیت زیر

$$\varphi_{xy}(\tau) = -\varphi_{yx}(\tau)$$

دارند،

(۲) از فرایندهای متناهی، می دانیم مجموع همبستگی متقابل در فرایند $x(t)$ ، $y(t)$ همواره دارای
توازن صریح به فرم زیر است،

$$\varphi_{xy}(\tau) = \varphi_{yx}(-\tau)$$

در این سطحی بالا نشان می‌دهد که دما را داریم ،

$$\varphi_{yx}(-z) = -\varphi_{yx}(z)$$

به عبارت دیگر می‌توان گفت که تابع همبستگی متقابل مؤلفه‌های Quad در
فرانز (با میلین صفر) دما را برای نشان فرد است . بنابراین

$$\varphi_{yx}(0) = 0$$

دما را داریم

به عبارت دیگر ، برای $z=0$ ، مؤلفه‌های Quad به هم می‌زنند .
چون میلین این دو مؤلفه برابر است ، می‌توان گفت که مؤلفه‌های Quad به ازای

$z=0$ ناحیه حسنه

* اگر $x(t)$, $y(t)$ - پردازش باشند رابطه ایستیم

$$\forall z; \varphi_x(z) = 0$$

یعنی $x(t)$, $y(t)$ برای مدی متغیر z ناحیه حسنه باشند (معادله باطلین صفر)

$$\varphi_x = \varphi_x(z) + \int \varphi_{yx}(z) dz = \varphi_z(z)$$

داریم صورت صفین

$$\forall z; \varphi_x(z) = 0$$

یعنی تابع هستگی فرآیند مارکوف یابین گذر، صفتی خالص بود.

در نتیجه $\varphi_2(f)$ دارای تئارن زوج است (صفت فرآیند صفتی است + تئارن مرتبه ۲)
در این صورت رابطه ی صفت سگنال مارکوف گذر بر حسب صفت سگنال مارکوف یابین گذر، به صورت

زیر خالص بود،

$$\varphi_n(f) = \frac{1}{2} [\varphi_2(f - f_c) + \varphi_2(-f - f_c)]$$

$$= \frac{1}{2} [\varphi_2(f - f_c) + \varphi_2(f + f_c)]$$

تئارن زوج

* اگر فرآیند $x(t)$ یک فرآیند نرمال (گوسی باشد) در این صورت فرآیندهای $x(t)$ و $y(t)$ توانا نرمال خواهند بود و از نا همبستگی آنها، استقلال شان هم تبعیض ستود. یعنی $x(t)$ و $y(t)$ همواره برای $\tau=0$ مسئله از هم نترسند.

مثال: فرآیند نرنر سفیدایان

یادآورده: فرآیند نرنر سفید،

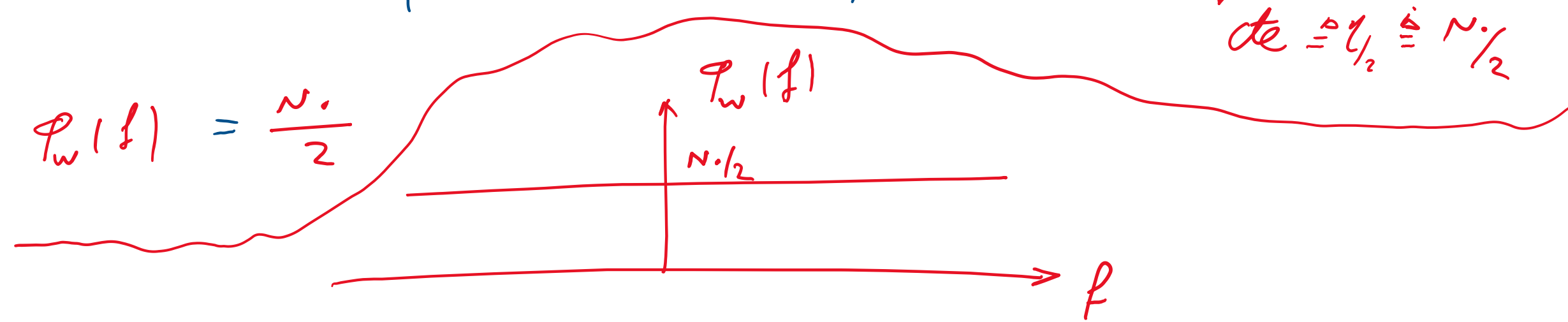
$$w(t), \begin{cases} E w(t) = 0 \\ R_w(t+\tau, t) = C_w(t+\tau, t) = g(t) \delta(\tau) \end{cases}$$

برای نرتر سفید است، داریم،

$$\begin{cases} E w(t) = 0 \\ R_w(\tau) = C_w(\tau) = g_0 \delta(\tau) \end{cases}$$

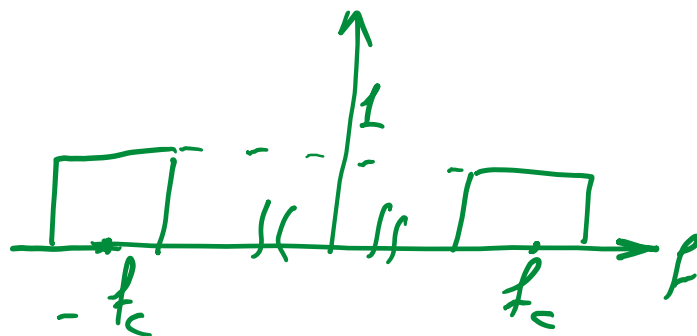
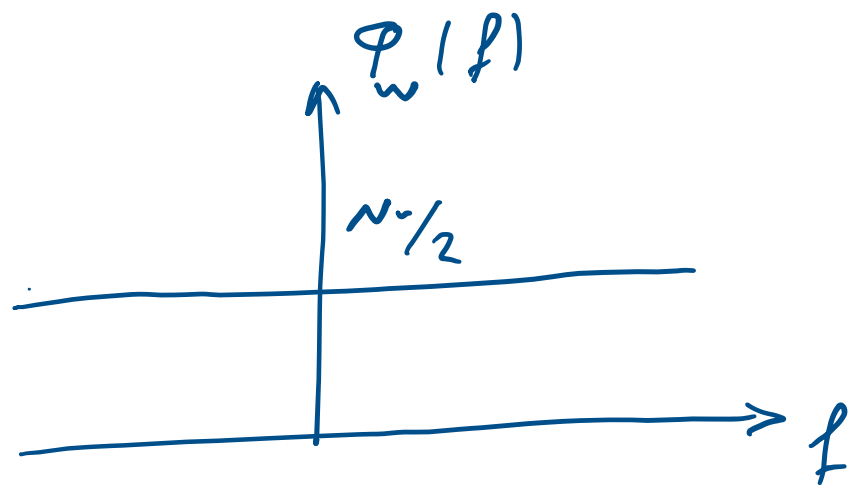
صفت های فرایند سفید، با فرکانس است.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_w(f) &= FT_\tau \{ \langle \mathcal{P}_w(t+\tau, t) \rangle_t \} \\ &= FT_\tau \{ \langle g(t) \delta(\tau) \rangle_t \} = FT_\tau \{ \underbrace{\langle g(t) \rangle_t}_{\substack{cte \triangleq \mu_1 \triangleq \mu_2}} \delta(\tau) \} \end{aligned}$$

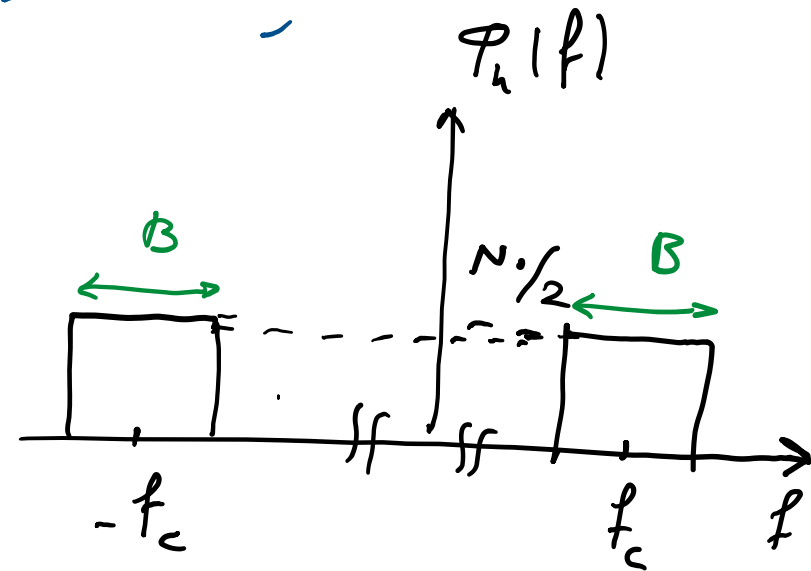


نیز سنجده جان شود که ایده‌ی شوری، یک فرکانس میان گذر باند باریک می‌باشد.

فرکانسی که در سیم‌های مخابراتی به عنوان نیز سنجده میان گذر طرح‌ی شوری، نیز سنجده‌ی است که از ملکه‌های میان گذر سیم‌های مخابراتی، عبور کرده است.



نظر ایده آل میان گذر
در باند باریک



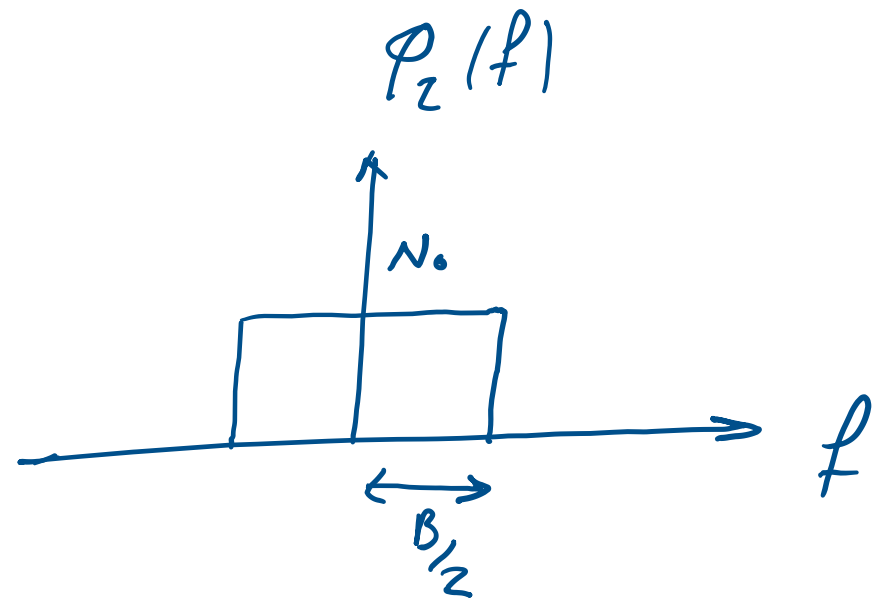
که نیز سنجده میان گذر (نظر شده)

$$P_1(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & |f - f_c| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{oth.} \end{cases}$$

اگر $z(t)$ نرسانه معادل پایین $u(t)$ باشد، داریم

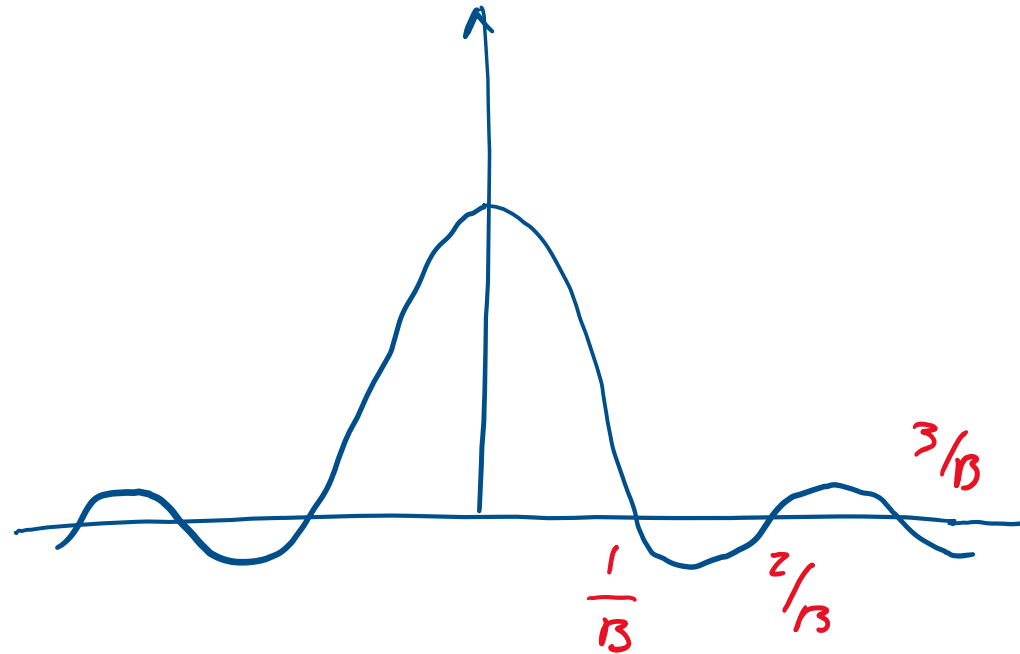
$$P_2(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq B/2 \\ 0 & \text{oth} \end{cases}$$

$$= N_0 \Pi\left(\frac{f}{B}\right)$$



عکس تبدیل فروریه
 $\Rightarrow$

$$\varphi_z(\tau) = N_0 B \text{Sinc } B\tau$$



$$\forall \tau; \varphi_{yx}(\tau) = 0$$

صفت این فرایند زوج است $\leftarrow$

یعنی سرنوشت های Quadrature (ا، سکت های همبستگی، سرعوس $z(t)$) ناهمبسته هستند.